

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 4 + i$ și $z_2 = 2 - 4i$. Arătați că $i \cdot z_1 + z_2 = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 5$. Determinați numerele reale a pentru care punctul $A(a, 5)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_6(7x - 5) = \log_6(x + 1) + \frac{1}{\log_x 6}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu impar al lui 9.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 0)$, $B(2, 4)$ și $C(5, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că dreptele OB și AC sunt paralele.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = 6$, $BC = 10$ și $\cos B = \frac{4}{5}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 18.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & x \\ -x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $A - B(x) \cdot A = xI_3$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $C(x)$ astfel încât $A \cdot C(x) = B(x)$. Arătați că $C(x) - C(y) = (y - x)A$, pentru orice numere reale x și y .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 y + xy^2 + x + y$.
- 5p a) Arătați că $1 * 3 = 16$.
- 5p b) Determinați numerele reale nenule x pentru care $x * \frac{2}{x} = 9x$.
- 5p c) Determinați perechile (m, n) de numere întregi, cu $m \leq n$, pentru care $m * n = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1 - 3 \ln x}{x^4}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care ecuația $f(x) = m$ are cel puțin o soluție.

-
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^2 - 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^4 (f(x) - e^x) dx = 18$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^2 \frac{e^x}{f(x) - x^2} dx = \ln(e+1)$.
- 5p c) Demonstrați că $\int_0^1 \frac{x}{f(x)+1} dx \leq 1 - \frac{2}{e}$.